| **V-9** (10 min) 3-Marzo-2019 Resumen de Miguel Cañizares | **Cálculo de valor esperado <$\phi_a\phi_b$> (3ª parte)** |
|---|---|

Ejercicio propuesto al final del V-8: calcular $\langle \boldsymbol{\phi_a\phi_b\phi_c\phi_d} \rangle$ Se resuelve reiterando el método visto para $\langle \boldsymbol{\phi_a\phi_b} \rangle$

El resultado obtenido es:

$$\langle \phi_a\, \phi_b\, \phi_c\, \phi_d \rangle \;=\; \frac{1}{m^4}\left(A^{-1}_{ab}\; A^{-1}_{cd} \;+ A^{-1}_{ac}\; A^{-1}_{bd} \;+ A^{-1}_{ad}\; A^{-1}_{bc}\right)$$

Es equivalente a: $\langle \phi_a\, \phi_b\, \phi_c\, \phi_d \rangle \;=\; \langle \phi_a\phi_b\rangle\langle \phi_c\phi_d\rangle + \langle \phi_a\phi_c\rangle\langle \phi_b\phi_d\rangle + \langle \phi_a\phi_d\rangle\langle \phi_b\phi_c\rangle$

Podemos generalizar el anterior resultado al valor esperado del producto de ***"p"*** (par) valores de $\phi$**:**

$\langle \boldsymbol{\phi_a\phi_b\, \phi_c\, \phi_d \cdots \phi_p} \rangle = [\langle \boldsymbol{\phi_a\phi_b}\rangle\langle \boldsymbol{\phi_c\phi_d}\rangle \cdots \langle \boldsymbol{\phi_o\phi_p}\rangle] + [\langle \boldsymbol{\phi_a\phi_c}\rangle\langle \boldsymbol{\phi_b\phi_d}\rangle \cdots \langle \boldsymbol{\phi_o\phi_p}\rangle] + \cdots \ldots \boldsymbol{etc.}$
En cada sumando hay un producto de ***p/2*** **factores de distintas parejas** **(I)**
**Nª de sumandos =** $(\boldsymbol{p-1})!! = ((\boldsymbol{p-1})(\boldsymbol{p-3}) \cdots \boldsymbol{5 \cdot 3}$ **=** Nº de formas diferentes de emparejar ***p*** valores

Según (IV) del resumen del V-8 a cualquier pareja se le asigna un valor **PROPAGADOR**: $\langle \boldsymbol{\phi_\alpha\phi_\beta} \rangle = \boldsymbol{\frac{1}{m^2} A^{-1}_{\alpha\beta}}$
$\boldsymbol{A^{-1}_{\alpha\beta}}$ es el elemento $\alpha\beta$ de la matriz inversa (A) [no es igual que el inverso del elemento $\alpha\beta$ de (A)]

**Los Diagramas de Feynman** son especialmente útiles para estos cálculos, pues si tenemos que hallar el valor esperado del producto de ***"p"*** (par) valores de $\phi$ , se dibujan ***"p"*** puntos
.
Cada sumando de (I) será un diagrama en el que están unidos por parejas de una determinada manera.

Por lo tanto, en cada diagrama habrá ***p/2*** líneas de unión (propagadores). El valor asignado a un determinado diagrama será el producto de sus ***p/2*** propagadores:

(suponemos libre de interacciones) $\boldsymbol{\mathcal{M}_i} = \left(\frac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{m^2}}\right)^{\boldsymbol{p/2}} \boldsymbol{A^{-1}_{ab} \cdot A^{-1}_{cd} \cdots A^{-1}_{op}} \;=\; \boldsymbol{\frac{1}{m^p} \cdot A^{-1}_{ab} \cdot A^{-1}_{cd} \cdots A^{-1}_{op}}$ **(II)**

El resultado final será la suma de los valores de todos los diagramas posibles. Habrá **(p-1)!!** diagramas:

$\langle \boldsymbol{\phi_a\phi_b\, \phi_c\, \phi_d \cdots \phi_p} \rangle = \sum_i \boldsymbol{\mathcal{M}_i}$ **(III)**

**EJEMPLO**:

Calcularemos el valor esperado con 6 puntos $\langle \boldsymbol{\phi_a\, \phi_b\, \phi_c\, \phi_d\, \phi_e\, \phi_f} \rangle$, utilizando diagramas de Feynman.

En nuestro caso, todos los elementos de la matriz inversa $(A)^{-1}$ son la unidad: $\boldsymbol{A^{-1}_{\alpha\beta} = 1}$ **y,** por lo tanto, **todos los propagadores valen lo mismo:** $\boldsymbol{\frac{1}{m^2}}$

Por supuesto suponemos una teoría ***libre de interacciones.***

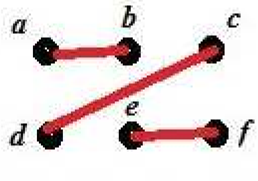
Como en nuestro ejemplo ***p = 6***, habrá (6-1)!! = 5·3·1 = **15 diagramas** o sumandos (formas diferentes de emparejar los 6 puntos) que **dibujamos en la parte de atrás de esta hoja**.

En cada diagrama hay tres propagadores, que se multiplican, dando como resultado: $\boldsymbol{\mathcal{M}_i} = \frac{1}{m^2} \cdot \frac{1}{m^2} \cdot \frac{1}{m^2} = \boldsymbol{\frac{1}{m^6}}$

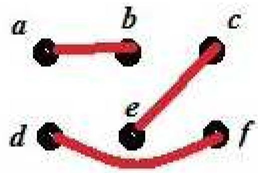
Como hay 15 diagramas (sumandos) el resultado será:

$$\langle \boldsymbol{\phi_a\, \phi_b\, \phi_c\, \phi_d\, \phi_e\, \phi_f} \rangle = \boldsymbol{15 \cdot \frac{1}{m^6}}$$

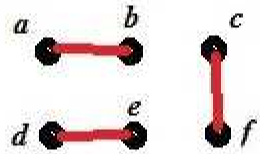
**<u>Dibujo de los diagramas de Feynman</u>** para hallar $\langle \phi_a\, \phi_b\, \phi_c\, \phi_d\, \phi_e\, \phi_f \rangle = \frac{15}{m^6}$



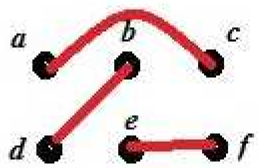

$M_1 = (1/m^2)^3 = \mathbf{1/m^6}$



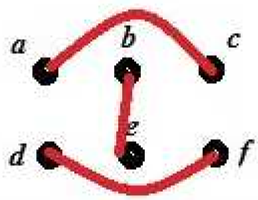

$M_2 = (1/m^2)^3 = \mathbf{1/m^6}$



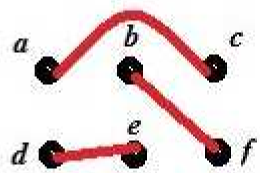

$M_3 = (1/m^2)^3 = \mathbf{1/m^6}$



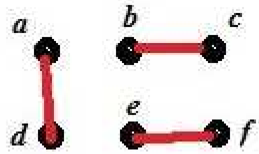

$M_4 = (1/m^2)^3 = \mathbf{1/m^6}$



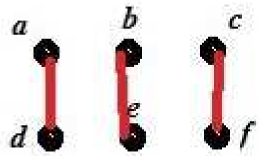

$M_5 = (1/m^2)^3 = \mathbf{1/m^6}$



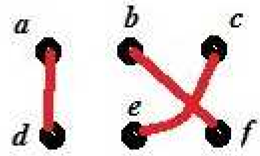

$M_6 = (1/m^2)^3 = \mathbf{1/m^6}$



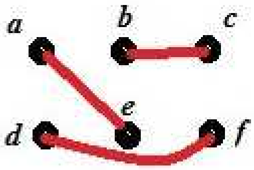

$M_7 = (1/m^2)^3 = \mathbf{1/m^6}$



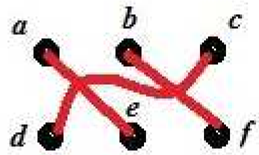

$M_8 = (1/m^2)^3 = \mathbf{1/m^6}$



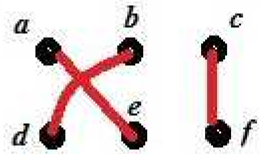

$M_9 = (1/m^2)^3 = \mathbf{1/m^6}$



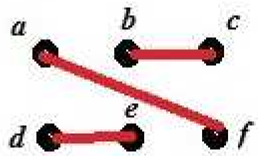

$M_{10} = (1/m^2)^3 = \mathbf{1/m^6}$



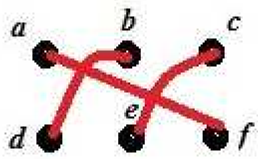

$M_{11} = (1/m^2)^3 = \mathbf{1/m^6}$



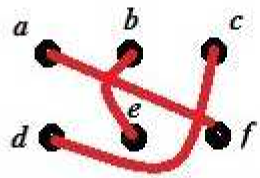

$M_{12} = (1/m^2)^3 = \mathbf{1/m^6}$




$M_{13} = (1/m^2)^3 = \mathbf{1/m^6}$




$M_{14} = (1/m^2)^3 = \mathbf{1/m^6}$




$M_{15} = (1/m^2)^3 = \mathbf{1/m^6}$